BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2010

FİZİKA

ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРОИЗВОЛЬНО ДВИЖУЩЕГОСЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА

И.М.НАДЖАФОВ, А.М.КАСИМОВА
Бакинский Государственный Университет
najafon@bp.com

Произведен расчет дифференциальных и интегральных интенсивностей излучения произвольно движущегося релятивистского электрона в единицу ретардированного времени (t') и времени (t) наблюдения. Получены в общем случае выражения для интегральных интенсивностей излучения, зависящих только от угла рассеяния электрона и его энергии. Проведено сравнение интегральных интенсивностей излучения для различных значений угла рассеяния электрона.

Наряду с квантовой, классическая теория излучения ускоренных электронов, позитронов, мюонов и других частиц имеет обширную область применения и является физически более доступной и во многих случаях приводит к правильным, полезным теоретическим выводам. Конечно, квантовая теория излучения вносит определенные поправки к формулам, полученным по классической теории и с ними всегда нужно считаться.

В настоящей работе мы будем подробно рассматривать по классической теории движение и излучение релятивистского точечного электрона. Считаем, что скорость и ускорение электрона произвольно ориентированы.

Электромагнитное поле произвольно движущегося в вакууме релятивистского заряда *e* описывается выражениями, следующими из потенциалов Лиенара – Вихерта [1,2]:

$$\vec{E}(\vec{R}_0,t)=\frac{e}{R^2(t')(1-\vec{n}\vec{\beta})^3}\left\{(1-\beta^2)(\vec{n}-\vec{\beta})+\frac{R(t')}{c}\left[\vec{n}[\vec{n}-\vec{\beta},\dot{\vec{\beta}}]\right]\right\}_{t'=t-\frac{R(t')}{c}}=\vec{E}_1+\vec{E}_2\ ,$$

$$\vec{H}(\vec{R}_0,t)=[\vec{n}\vec{E}]_{t'=t-\frac{R(t')}{c}}=\vec{H}_1+\vec{H}_2. \tag{1}$$

Здесь $\vec{R}_0$ - радиус вектор точки наблюдения, t - время наблюдения, t' - время излучения (или ретардированное время),

$R(t') = \left|\vec{R}_0 - \vec{r}(t')\ \right| = \sqrt{(x_0 - x(t'))^2 + (y_0 - y(t'))^2 + (z_0 - z(t'))^2}\,\Big|$ - расстояние от заряда до точки наблюдения, $\vec{\upsilon}(t')$ - скорость, $\dot{\vec{\upsilon}}(t')$ - ускорение частицы, c - скорость света, $\vec{\beta} = \dfrac{\vec{\upsilon}}{c}$, $\dot{\vec{\beta}} = \dfrac{\dot{\vec{\upsilon}}}{c}$, $\vec{n} = \dfrac{\vec{R}(t')}{R(t')}$ - единичный вектор, направленный из точки нахождения заряда до точки наблюдения. В формуле (1) в правой части равенства все величины берутся в момент времени $t' = t - \dfrac{R(t')}{c}$ - время излучения (ретардированное время).

Как видно из (1), поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ ортогональны и слагаются из двух частей. $\vec{E}_1$ зависит только от скорости заряда (скоростная часть) носит квазистационарный характер и на больших расстояниях от заряда спадает по закону $E_1 \sim 1/R^2$. $\vec{E}_2$ зависит кроме скорости так же от ускорения (ускорительная часть), обладает свойством поперечности, характерным для плоской электромагнитной волны:

$$\vec{E}_2 = \frac{e}{cR}\frac{\left[\vec{n}\left[\vec{n} - \vec{\beta}, \dot{\vec{\beta}}\right]\right]}{(1 - \vec{\beta}\,\vec{n})^3}, \quad \vec{H}_2 = [\vec{n}\vec{E}_2]\,,\ (\vec{n}\vec{E}_2) = (\vec{n}\vec{H}_2) = 0\,,$$

и спадает как $E_2 \sim \dot{\beta}/R$. Это поле обычно сопоставляют полю излучения.

Однако, существует мнение [3], согласно которому утверждение, что заряд излучает, целесообразно понимать в более широком смысле, учитывая как ускорительное, так и скоростное поле.

При наличии ускорения на больших расстояниях от заряда

$$R >> \frac{1 - \beta^2}{\dot{\beta}} c^2 \tag{2}$$

поле E_2 становится преобладающим и приобретает структуру сферической волны [4]. Соотношение (2) принято считать условием появления волновой зоны излучения. Такой критерий несколько отличается от обычного определения волновой зоны $R >> \lambda >> a$, где λ - длина волны излучения, величина a – линейные размеры системы зарядов.

Плотность потока энергии излучения определяется вектором Умова-Пойнтига:

$$\vec{J} = \frac{c}{4\pi}\left[\vec{E}_2\vec{H}_2\right] = \frac{c}{4\pi}\vec{E}_2^2\vec{n}\,. \tag{3}$$

Тогда дифференциальная интенсивность (или мощность) излучения через элемент поверхности $d\vec{s} = R(t')^2\, d\Omega\vec{n}$ (или внутри телесного угла $d\Omega$) равна:

$$dI = (\vec{J} d\vec{s}) == \frac{c}{4\pi} E_2^2 R^2(t') d\Omega .$$

Отсюда плотность интенсивности излучения (интенсивность излучения в единицу телесного угла) равна:

$$I_{\text{ïë.}}(t) = \frac{dI}{d\Omega} = \frac{c}{4\pi} E_2^2 R^2 = -\frac{d^2\varepsilon}{dt\, d\Omega} . \tag{4}$$

Здесь ε – полная релятивистская энергия излучающей системы, а плотность интенсивности $I_{\text{ïë.}}(t)$ определена за единицу времени наблюдения (t).

Очень часто вычисляют плотность интенсивности излучения за единицу ретардированного времени $I_{\text{ïë.}}(t')$. Для этого, исходя из (4), перепишем его следующим образом:

$$I_{\text{ïë.}}(t) = -\frac{d\varepsilon}{dt d\Omega} = -\frac{d^2\varepsilon}{dt' d\Omega} \cdot \frac{dt'}{dt} = I_{\text{ïë.}}(t') \cdot \frac{dt'}{dt} \quad . \tag{4'}$$

Отсюда определим плотность интенсивности излучения за единицу ретардированного времени:

$$I_{\text{ïë.}}(t') = I_{\text{ïë.}}(t) \frac{dt}{dt'} = I_{\text{ïë.}}(t) \cdot \left(1 - \vec{\beta}\, \vec{n}\right). \tag{5}$$

Явное выражение для плотности интенсивности излучения за единицу ретардированного времени имеет вид:

$$I_{\text{ïë.}}(t') = \frac{e^2}{4\pi c} \frac{\left[\vec{n}[\vec{n} - \vec{\beta}, \dot{\vec{\beta}}]\right]^2}{(1 - \vec{\beta}\, \vec{n})^5} \quad . \tag{6}$$

Для сравнения приводим плотность интенсивности излучения за единицу времени наблюдения:

$$I_{\text{пл.}}(t) = \frac{e^2}{4\pi c} \frac{\left[\vec{n}[\vec{n} - \vec{\beta}, \dot{\vec{\beta}}]\right]^2}{(1 - \vec{\beta}\vec{n})^6} \tag{7}$$

При произвольной пространственной ориентации векторов $\vec{\beta}$ и $\dot{\vec{\beta}}$, формулы (6) и (7) описывают угловое и энергетическое распределения интенсивностей излучения произвольно движущегося релятивистского точечного электрона.

Сперва будем исследовать формулу (6). Выражение (6) имеет сложную зависимость от углов векторов $\vec{\beta}$ и $\dot{\vec{\beta}}$, поэтому ряд авторов [1,2] для упрощения расчетов ограничиваются следующими частными случаями:

1) $\vec{\beta} \uparrow\uparrow \dot{\vec{\beta}}$ и 2) $\vec{\beta} \perp \dot{\vec{\beta}}$. При этом формула (6) сильно упрощается.

Но для получения полной информации об угловом и энергетическом распределении интенсивности излучения, формулу (6) мы исследовали в общем случае, когда векторы $\vec{n}, \vec{\beta}$ и $\dot{\vec{\beta}}$ имеют произвольные ориентации. Раскрывая квадрат векторного произведения векторов $\vec{n}, \vec{\beta}$ и $\dot{\vec{\beta}}$, плотность интенсивности излучения (6) можно представить в виде:

$$I_{\text{ïë.}}(t') = \frac{e^2}{4\,\pi\, c(1-\vec{\beta}\,\vec{n})^5}\left\{(1-\vec{\beta}\,\vec{n})^2\,\dot{\vec{\beta}}^{\,2} + 2\left(\vec{\beta}\,\dot{\vec{\beta}}\right)(\vec{n}\dot{\vec{\beta}})(1-\vec{n}\vec{\beta}) - (1-\vec{\beta}^{\,2})(\vec{n}\dot{\vec{\beta}})^2\right\}. \quad (8)$$

Направляя вектор скорости по полярной оси и обозначая полярные и азимутальные углы векторов $\vec{n}$ и $\dot{\vec{\beta}}$ через θ, φ и θ', φ', представим скалярные произведения векторов в формуле (8) следующим образом:

$$\vec{\beta}\,\vec{n} = \beta\cos\theta,\ \vec{\beta}\,\dot{\vec{\beta}} = \beta\,\dot{\beta}\cos\theta',\ \vec{n}\dot{\vec{\beta}} = \{\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi')\}\,\dot{\beta}.$$

Теперь полная угловая зависимость дифференциальной интенсивности, зависящей от t', будет иметь вид:

$$dI(t') = \frac{e^2\,\dot{\beta}^2}{4\,\pi\, c(1-\beta\cos\theta)^3}\left\{1 + 2\beta\cos\theta'\frac{\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi')}{(1-\beta\cos\theta)} - \right.$$

$$\left. - \frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta\cos\theta)^2}\left[\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi')\right]^2\right\}d\Omega \quad (9)$$

Формулу (9) условно назовём первой дифференциальной интенсивностью. В общем случае угловая и энергетическая зависимости первой дифференциальной интенсивности излучения произвольно движущейся релятивистской точечной заряженной частицы представляется формулой (9). Здесь можно было бы рассматривать вышеуказанные частные случаи $(\vec{\beta} \uparrow\uparrow \dot{\vec{\beta}}, \vec{\beta} \perp \dot{\vec{\beta}})$, но мы на это обратим внимание только в интегральном выражении интенсивности излучения.

Интегрируя (9) по телесному углу излучения электромагнитной энергии $d\Omega = \sin\theta\, d\,\theta\, d\varphi$, после простых, но длинных расчетов для интегральной интенсивности излучения точечного релятивистского электрона получим очень изящное выражение [5] :

$$I(t') = \frac{2e^2\,\dot{\beta}^2}{3c(1-\beta^2)^3}\left[1-\beta^2\sin^2\theta'\right]. \quad (10)$$

Здесь угол θ' между скоростью и ускорением электрона является произвольной величиной. В дальнейшем этот угол назовем углом рассеяния электрона. Формула (10) представляет общее выражение интегральной интенсивности излучения релятивистского электрона, зависящей от угла рассеяния и энергии электрона. Она описывает все виды излучения релятивистской заряженной частицы. Этой формулой можно пользоваться при расчете ускорителей заряженных частиц, для исследования синхротронного излучения. А также для вычисления тормозного излучения.

Подставляя в формулу (10) $\theta' = \dfrac{\pi}{2}$, для интенсивности излучения получим выражение:

$$I(t') = \frac{2e^2 \dot{\beta}^2}{3c(1-\beta^2)^2} \,.. \tag{11}$$

Предполагая, что электрон вращается по окружности радиуса a, находим $\dot{\beta} = \frac{\dot{\upsilon}}{c} = \frac{\upsilon^2}{ca}$. Далее подставляя в формулу (11) $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\varepsilon}{mc^2}$ и $\frac{1}{(1-\beta^2)^2} = \left(\frac{\varepsilon}{mc^2}\right)^4$, получим для интенсивности излучения выражение:

$$I(t') = \frac{2e^2 \beta^4 c}{3a^2}\left(\frac{\varepsilon}{mc^2}\right)^4 \tag{12}$$

Это есть полная энергия синхротронного излучения [4] . Таким образом, формула (10) в частном случае совпадает с энергией синхротронного излучения.

Подставляя в формулу $\theta' = 0$ и $\frac{\pi}{2}$ получим результаты авторов работы [1,2], как частные случаи наших общих исследований.

Пока мы исследовали первую интегральную интенсивность $I(t')$, которая является полной энергией излучения произвольно движущегося релятивистского точечного электрона за единицу ретардированного времени. Теперь переходим к интенсивности излучения за единицу времени наблюдения. Плотность интенсивности этого излучения определяется формулой (7). Эту интенсивность мы условно будем называть второй интенсивностью излучения. Плотность второй интенсивности $I_{ïë}(t)$ отличается от плотности первой интенсивности $I_{ïë}(t')$, описываемой формулой (8), тем, что теперь в знаменателе формулы (8) вместо множителя $(1-\vec{\beta}\,\vec{n})^5$ будет стоять множитель $(1-\vec{\beta}\,\vec{n})^6$. Другими словами

$$I_{ïë.}(t) = \frac{1}{(1-\vec{\beta}\,\vec{n})} I_{ïë.}(t') \ . \tag{8'}$$

Аналогично, полная угловая зависимость второй дифференциальной интенсивности отличается от первой дифференциальной интенсивности тем, что теперь в знаменателе формулы (9) появится дополнительный множитель $(1-\beta\cos\theta)$, т.е.

$$dI_{ïë.}(t) = \frac{1}{(1-\beta\cos\theta)} dI_{ïë.}(t') \,. \tag{9'}$$

Здесь поскольку происходит деление формулы (9) на множитель $(1-\beta\cos\theta)$, естественно угловая зависимость $dI_{ïë.}(t)$ становится более сложной. Не останавливаясь на деталях исследования угловой зависимости дифференциальной интенсивности излучения – в частных случаях, мы произвели интегрирование в (9') по телесному углу $d\Omega = \sin\theta\, d\,\theta\, d\varphi$ излучения энергии.

Конечно, здесь возникли дополнительные интегралы и сложности, но после утомительных расчетов для интегральной интенсивности излучения произвольно движущегося точечного релятивистского электрона, получили самое общее выражение:

$$I(t)=\frac{2e^2(5+\beta^2)\dot{\beta}^2}{15c(1-\beta^2)^4}\left\{1-\frac{2\beta^2(2+\beta^2)}{5+\beta^2}\sin^2\theta'\right\}. \quad (13)$$

Эта формула является новой и наиболее общей формулой для расчета энергии излучения произвольно движущегося электрона.

Выражение (13), в основном, отличается от формулы (10) наличием в знаменателе лишнего множителя $(1-\beta^2)$. Благодаря этому множителю при больших энергиях электрона $(\beta\to 1)$ энергия излучения вычисленная по формуле (13), сильно увеличивается. Остальные коэффициенты в формулах (13) и (10) в разных пределах, в основном, переходят друг в друга. Для нерелятивистского излучения $(\beta\to 0)$ обе формулы совпадают с дипольным излучением:

$$I(t)=I(t')=\frac{2e^2\dot{\beta}^2}{3c}=\frac{2e^2\ddot{\vec{r}}^{\,2}}{3c^3}.$$

при $\beta\to 0$

В ультрарелятивистском пределе интегральные интенсивности друг от друга сильно отличаются.

В качестве иллюстрации для разных фиксированных значений угла рассеяния электрона $\left(\theta'=0^0 \quad \grave{e} \quad \pi;\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ построили зависимости величин $\mathrm{I(t')}$, $\mathrm{I(t)}$ и $\mathrm{I(t):I(t')}$ от энергии (скорости) электрона $(\beta=0;\ 0{,}1;\ \ldots 0{,}9)$.

Из рисунков видно, что эти кривые в конце спектра $(\beta=0{,}91;\ \ldots 0{,}999)$ будут сильно расти и ждать своих экспериментальных подтверждений.

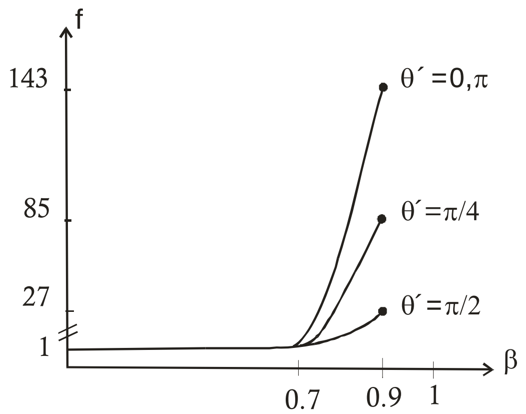

Рис. 1. Зависимость интенсивности $\frac{I(t')}{a}$ от энергии и угла рассеяния электрона.

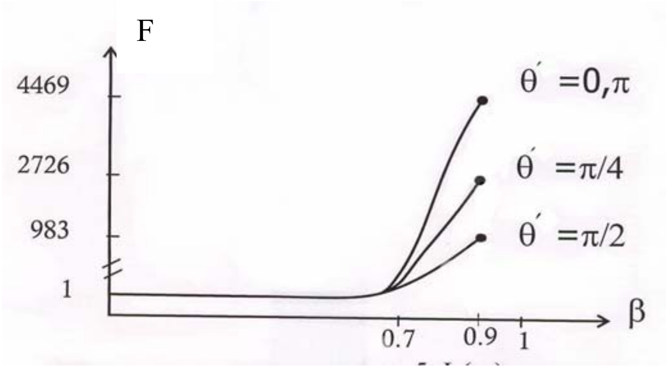

Рис. 2. Зависимость интенсивности $\frac{5I(t)}{a}$ от энергии и угла рассеяния электрона.

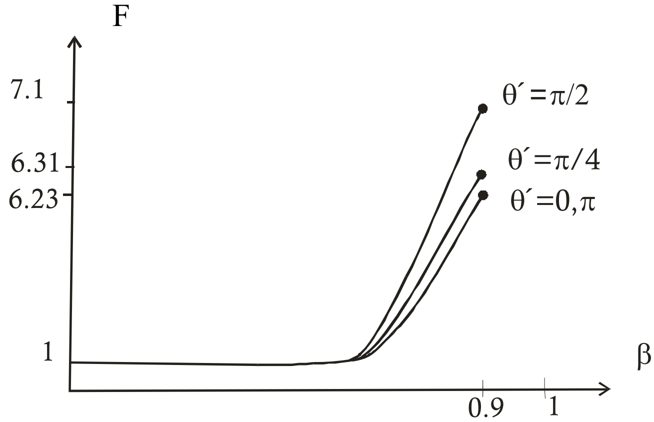

Рис. 3. Зависимость отношения $\frac{I(t)}{I'(t')}$ интенсивностей от энергии угла и рассеянии электрона.

На рисунках введены следующие обозначения: $f = \frac{I(t')}{a}$, $F = \frac{5I(t)}{a}$, $\Phi = \frac{I(t)}{I(t')}$, $a = \frac{2e^2 \dot{\beta}^2}{3c}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 2003,400 s.
2. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965,702 s.
3. Гинзбург В.Л. Об излучении и силе радиационного трения при равномерно ускоренном движении заряда. УФН, 98, 569, 1969, 569 s.
4. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. Квантовая электродинамика. М.: МГУ, 1983, 311 с.
5. Наджафов И.М., Кулиева Г.Г. К теории излучения произвольно ускоренной реляти-

вистской частицы. Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, №1, 2004, s. 109-115.

İXTİYARİ HƏRƏKƏT EDƏN RELYATİVİSTİK ELEKTRONUN ŞÜALANMA İNTENSİVLİKLƏRİ

İ.M.NƏCƏFOV, A.M.QASIMOVA

XÜLASƏ

İxtiyari hərəkət edən relyativistik elektronun vahid retardə olunma (t') və vahid müşahidə (t) zamanları üçün diferensial və inteqral şüalanma intensivlikləri hesablanmışdır. Yalnız elektronun səpilmə bucağından və enerjisindən asılı olan şüalanmanın inteqral intensivliklərinin ümumi ifadələri tapılmışdır. Şüalanmanın inteqral intensivliklərinin elektronun müxtəlif səpilmə bucaqları üçün qiymətləri müqayisə edilmişdir.

INTENSITY MOVING RELATIVISTIC ELECTRON

I.M.NAJAFOV, A.M.GASIMOVA

SUMMARY

The article presents the calculation of differential and integrated intensity of the moving relativistic electron in unit retard and supervision time. General expressions for integrated intensity depending only on scattering angle of electron and its energy are received. Comparison of integrated intensity for different values of scattering angle of electron is carried out.